

---

# 庄逸的数学与技术屋

旧文重发 · 隐函数求导技巧

Vortexer99

---

## 目录

1 技巧	2
2 例子	2
3 小结	2

## 1 技巧

公式:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} \frac{d}{dy} \left( \frac{dy}{dx} \right) \quad (1)$$

证:

$$\frac{dy}{dx} \frac{d}{dy} \left( \frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (2)$$

## 2 例子

$$y = 1 + xe^y \quad \text{求} \frac{d^2y}{dx^2} \quad (3)$$

两边求导得

$$\frac{dy}{dx} = e^y + xe^y \cdot \frac{dy}{dx} \quad (4)$$

于是

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e^y}{1 - xe^y} \quad (5)$$

继续两边对  $x$  求导会比较麻烦, 注意到

$$1 - xe^y = 2 - (1 + xe^y) = 2 - y \quad (6)$$

有

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e^y}{2 - y} \quad (7)$$

应用公式, 得

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} \frac{d}{dy} \left( \frac{e^y}{2 - y} \right) = \frac{e^y}{2 - y} \cdot \frac{e^y(2 - y) + e^y}{(2 - y)^2} = \frac{e^{2y}(3 - y)}{(2 - y)^3} \quad (8)$$

## 3 小结

此公式对于不使用时自变量  $x$  表达函数及其导数, 而方便用  $y$  表达的情况较为有用。

此公式可进一步推得

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2} \frac{d}{dy} \left[ \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right] \quad (9)$$

请读者自行验证。

最后感谢船的人工 ocr。

## 声明

1. 博客内容仅为经验之谈，如认为有问题请带着批判性思维自行辨别或与我讨论，本人不负责因盲目应用博客内容导致的任何损失。
2. 虽然文章的思想不一定是原创的，但是写作一定是原创的，如有雷同纯属巧合。
3. 本作品采用[知识共享署名-相同方式共享 4.0 国际许可协议](#)进行许可。



博客信息 此文章的博客来源：<https://vortexer99.github.io/>

自豪地采用 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X!